

Interrogation 3

1. Soit $(a, b, x) \in \mathbb{R}^3$ tel que les quantités suivantes sont bien définies. Compléter les formules suivantes.

$\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \cos(x)$	$\cos(\pi + x) = -\cos(x)$
$\tan\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = -\frac{1}{\tan(x)}$	$\cos\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = -\sin(x)$
$\sin(a + b) = \sin(a) \cos(b) + \sin(b) \cos(a)$	
$\cos(a - b) = \cos(a) \cos(b) + \sin(a) \sin(b)$	
$\tan(a + b) = \frac{\tan(a) + \tan(b)}{1 - \tan(a) \tan(b)}$	
$\cos(2a) = 2 \cos^2(a) - 1$	$\sin(2a) = 2 \sin(a) \cos(a)$
$\cos(2a) = 1 - 2 \sin^2(a) \quad (= \cos^2(a) - \sin^2(a))$ (formule différente de la précédente)	$1 - \cos^2(a) = \sin^2(a)$
$\sin(a) + \sin(b) = 2 \sin\left(\frac{a+b}{2}\right) \cos\left(\frac{a-b}{2}\right)$	
$\cos(a) - \cos(b) = 2 \sin\left(\frac{a+b}{2}\right) \sin\left(\frac{a-b}{2}\right)$	
$\cos(x) = \frac{1 - \tan^2\left(\frac{x}{2}\right)}{1 + \tan^2\left(\frac{x}{2}\right)}$ (en fonction de $\tan\left(\frac{x}{2}\right)$)	$\sin(x) = \frac{2 \tan\left(\frac{x}{2}\right)}{1 + \tan^2\left(\frac{x}{2}\right)}$ (en fonction de $\tan\left(\frac{x}{2}\right)$)

2. Donner la dérivée des fonctions suivantes.

$x \mapsto 3x^7 + \frac{1}{4}x^4 - \frac{1}{x^2}$	$x \mapsto (3x^3 - x^2) \ln(-5x + 2)$
$x \mapsto 21x^6 + x^3 + \frac{2}{x^3}$	$x \mapsto (9x^2 - 2x) \ln(-5x + 2) - 5 \frac{3x^3 - x^2}{-5x + 2}$
$x \mapsto (3x^2 - 5x + 3) e^{-x}$	$x \mapsto (2 \cos(x) - \sin(x))^2$
$x \mapsto (-3x^2 + 11x - 8) e^{-x}$	$x \mapsto -2 (2 \sin(x) + \cos(x)) (2 \cos(x) - \sin(x))$
$x \mapsto (\arctan(x) + 2 \cos(x))^3$	$x \mapsto \ln(\ln(x))$
$x \mapsto 3 \left(\frac{1}{1+x^2} - 2 \sin(x) \right) (\arctan(x) + 2 \cos(x))^2$	$x \mapsto \frac{1}{x \ln(x)}$
$x \mapsto \tan(3 \exp(2x))$	$x \mapsto \cos\left(\frac{x^2 + 1}{2x^2 - 1}\right)$
$x \mapsto 6 e^{2x} (1 + \tan^2(3 e^{2x})) = \frac{6 e^{2x}}{\cos^2(2 e^{2x})}$	$x \mapsto \frac{6x}{(2x^2 - 1)^2} \sin\left(\frac{x^2 + 1}{2x^2 - 1}\right)$
$x \mapsto \sqrt{\tan(x)}$	$x \mapsto \tan(\sqrt{x})$
$x \mapsto \frac{1 + \tan^2(x)}{2 \sqrt{\tan(x)}} = \frac{1}{2 \cos^2(x) \sqrt{\tan(x)}}$	$x \mapsto \frac{1}{2 \sqrt{x}} (1 + \tan^2(\sqrt{x})) = \frac{1}{2 \cos^2(\sqrt{x}) \sqrt{x}}$
$x \mapsto \frac{\sin(x)}{x}$	$x \mapsto \frac{x^2 - 1}{\ln(2x)}$
$x \mapsto \frac{x \cos(x) - \sin(x)}{x^2}$	$x \mapsto \frac{2x^2 \ln(2x) - x^2 + 1}{x (\ln(2x))^2}$
$x \mapsto x^2 \sin\left(\frac{1}{x}\right)$	$x \mapsto \ln\left(\sqrt{\frac{x+1}{x-1}}\right)$
$x \mapsto 2x \sin\left(\frac{1}{x}\right) - \cos\left(\frac{1}{x}\right)$	$x \mapsto -\frac{1}{(x-1)(x+1)}$
$x \mapsto \ln\left(\frac{\sin(x)}{x}\right)$	$x \mapsto 0$
$x \mapsto \frac{x \cos(x) - \sin(x)}{x \sin(x)}$	$x \mapsto 0$