

Interrogation 31

1. Énoncer :

a) l'inégalité de Markov.

b) l'inégalité de Bienaymé-Tchebychev.

2. On considère l'application $\langle \cdot, \cdot \rangle$ définie par :

$$\begin{aligned} \langle \cdot, \cdot \rangle &: \mathbb{R}_2[X] \times \mathbb{R}_2[X] \rightarrow \mathbb{R} \\ (P, Q) &\mapsto \int_{-1}^1 \frac{P(t) Q(t)}{1+t^2} dt \end{aligned}$$

Démontrer que l'application $\langle \cdot, \cdot \rangle$ est un produit scalaire sur $E = \mathbb{R}_2[X]$.

3. On note $E = \mathbb{R}^3$.

Soit $f \in \mathcal{L}(E)$ l'endomorphisme dont la matrice représentative dans la base canonique $\mathcal{B} = (e_1, e_2, e_3)$ de E est :

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 1 & -1 \\ -1 & 1 & -2 \\ -1 & 1 & -2 \end{pmatrix}$$

- a) L'endomorphisme f est-il bijectif ?
Que peut-on en déduire ?

- b) Démontrer : $\chi_f(X) = X(X+1)^2$.
On attend les calculs sur la feuille.