

Interrogation 30

1. Énoncer :

a) l'inégalité de Markov.

b) l'inégalité de Bienaymé-Tchebychev.

2. Soient $X \sim \mathcal{B}\left(4, \frac{1}{2}\right)$ et $Y \sim \mathcal{B}\left(6, \frac{1}{3}\right)$ telles que $\text{Cov}(X, Y) = -1$.
Déterminer $\mathbb{V}(X - Y)$.

3. Soient X et Y deux variables aléatoires. Compléter les assertions suivantes par $\Leftarrow$, $\Rightarrow$ ou $\Leftrightarrow$.

$\mathbb{E}(XY) = \mathbb{E}(X)\mathbb{E}(Y)$... X est indépendante de Y

$\text{Cov}(X, Y) = 0$... X est indépendante de Y

4. Soit $p \in]0, 1[$. On effectue une infinité de lancers mutuellement indépendants d'une pièce dont la probabilité de tomber sur Pile est p .

On appelle chaîne une succession de Pile, ou une succession de Face. On note X la longueur de la première chaîne obtenue et Y la longueur de la deuxième chaîne obtenue. Par exemple, si on obtient la réalisation suivante :

$$\omega = (\text{Pile}, \text{Pile}, \text{Pile}, \text{Face}, \text{Pile}, \text{Pile}, \text{Face}, \text{Face}, \dots)$$

Alors : $X(\omega) = 3$ et $Y(\omega) = 1$.

a) Déterminer la loi du couple (X, Y) . En particulier, démontrer :

$$\forall (i, j) \in (\mathbb{N}^*)^2, \quad \mathbb{P}(\{X = i\} \cap \{Y = j\}) = (1 - p)^{i+1} p^j + p^{i+1} (1 - p)^j$$

b) Déterminer la loi de X .