

Interrogation 28

- 1.** Dans un 1^{er} temps, on effectue une infinité de lancers d'une pièce non équilibrée pour laquelle la probabilité d'obtenir Pile est $p \in]0, 1[$. On note alors X la v.a.r. correspondant au rang du 1^{er} Pile obtenu. On admet que la famille $(\{X = n\})_{n \in \mathbb{N}^*}$ forme un système complet d'événements. Dans un 2nd temps, si la v.a.r. X prend la valeur n , alors on effectue n lancers supplémentaires de la même pièce. On note alors Y le nombre de Pile obtenus lors de ces n lancers supplémentaires.
- a)** Démontrer : $\forall n \in \mathbb{N}^*, \mathbb{P}(\{X = n\}) = p(1 - p)^{n-1}$.

- b)* Soit $n \in \mathbb{N}^*$. Déterminer, pour tout $k \in \mathbb{N}$, $\mathbb{P}_{\{X=n\}}(\{Y = k\})$.
Le résultat final fera apparaître deux cas : $k \leq n$ et $k > n$.

- c)* En déduire la loi de Y .

2. Déterminer la nature des séries suivantes.

a) $\sum \ln \left(1 + \frac{(-1)^n}{n^3} \right)$

b) $\sum \frac{\sin(n)}{n^2}$