

Interrogation 24

On note $f : \mathbb{K}_2[X] \rightarrow \mathbb{K}_2[X]$.

$$P \mapsto 2X P(X) - (X^2 - 1) P'(X)$$

On note $\mathcal{B} = (P_0, P_1, P_2)$ est la base canonique de $\mathbb{K}_2[X]$.

1. Calculer $f(P_0)$, $f(P_1)$ et $f(P_2)$.

2. Montrer que f est endomorphisme de $\mathbb{K}_2[X]$.

3. Déterminer une base et la dimension de $\text{Ker}(f)$.

4. Déterminer la dimension de $\text{Im}(f)$ (sans déterminer $\text{Im}(f)$).

5. Déterminer une base de $\text{Im}(f)$.

6. L'application f est-elle bijective ?