

Interrogation 21

1. Soit E un $\mathbb{K}$ -espace vectoriel. Soit $p \in \mathbb{N}^*$. Soit $(e_1, \dots, e_p) \in E^p$.
Quelle est la définition de la famille $(e_1, \dots, e_p)$ est libre ?

2. Démontrer que la fonction f suivante admet une asymptote oblique en $+\infty$ et déterminer la position relative du graphe de f et de cette asymptote.

$$\begin{aligned} f &: \mathbb{R}_+^* \rightarrow \mathbb{R} \\ x &\mapsto \exp\left(\frac{1}{x}\right) \sqrt{x^2 + 1} \end{aligned}$$

3. Soit $n \in \mathbb{N}^*$. Démontrer que l'ensemble $\mathcal{A}_n(\mathbb{K})$ est un $\mathbb{K}$ -espace vectoriel.

4. Démontrer que l'ensemble $F = \{(a+b) + (a-b)X \mid (a,b) \in \mathbb{K}^2\}$ est un $\mathbb{K}$ -espace vectoriel et en déterminer une base.

5. Démontrer que la famille $((1, 0, -1), (2, 1, 1), (0, 1, -1))$ est une famille libre de $\mathbb{K}^3$.