

Interrogation 18



On portera la plus grande attention à l'introduction des variables utilisées, *i.e.* à la quantification.

1. Soit $P \in \mathbb{K}[X]$. Soit $\alpha \in \mathbb{K}$. Soit $m \in \mathbb{N}$. Compléter les équivalences suivantes :

a) avec des relations de divisibilité.

$$\begin{array}{l} \alpha \text{ racine d'ordre au} \\ \text{moins } m \text{ de } P \end{array} \Leftrightarrow$$

b) avec des relations sur des dérivées.

$$\alpha \text{ racine d'ordre } m \text{ de } P \Leftrightarrow$$

2. Énoncer le théorème de division euclidienne dans $\mathbb{K}[X]$.

3. Effectuer la décomposition en éléments simples de la fraction rationnelle $F(X) = \frac{2X-1}{(X-2)(X+3)X}$.

4. Factoriser dans $\mathbb{C}[X]$, puis dans $\mathbb{R}[X]$, le polynôme Q défini par : $Q(X) = X^6 + 2$.