

Interrogation 13

1. Soit $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$. Soit $(a, \ell) \in \mathbb{R}^2$. Écrire la définition (quantifiée bien sûr) de « la fonction f admet ℓ pour limite en a ».

2. Soit $(u, v) \in (\mathbb{R}^{\mathbb{N}})^2$. Donner la définitions de « les suites (u_n) et (v_n) sont adjacentes ».

3. Déterminer un équivalent de la suite (u_n) définie par : $\forall n \in \mathbb{N}^*, u_n = \frac{\ln\left(1 - \frac{1}{n}\right)}{\sqrt{1 + \frac{1}{n}} - 1}$. En déduire la limite de cette suite.

4. On définit la suite (u_n) par :
$$\begin{cases} u_0 = 2 \\ \forall n \in \mathbb{N}, u_{n+1} = \ln(2 + u_n) \end{cases} .$$

Démontrer que la suite (u_n) est bien définie et : $\forall n \in \mathbb{N}, u_n \geq \ln(2)$.

5. Démontrer : $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{1}{2n}\right)^n = \sqrt{e}$.