

## Programme de colle - Semaine 23

---

### Notation

On adoptera les principes suivants pour noter les étudiants :

- × si l'étudiant sait répondre à la question de cours, il aura une note  $> 8$ .
- × si l'étudiant ne sait pas répondre à la question de cours ou s'il y a trop d'hésitations, il aura une note  $\leq 8$ .

### Questions de cours

- **Démontrer qu'un ensemble est un espace vectoriel**
- **Démontrer la liberté d'une famille**
- **Déterminer la dimension d'un  $\mathbb{K}$ -espace vectoriel**

### Connaissances exigibles

#### Espaces vectoriels

- Loi de composition interne, loi de composition externe
- Espaces vectoriels : définition, espaces vectoriels de référence
- Combinaison linéaire
- Sous-espaces vectoriels : définition, caractérisation, intersection de sev
- Sous-espaces vectoriels engendrés par une partie : définition, propriété d'espace vectoriel, propriétés de manipulation
- Familles génératrices d'un  $\mathbb{K}$ -ev : définition, sur-familles d'une famille génératrice d'un  $\mathbb{K}$ -ev
- Relation de dépendance linéaire : définition et relation de dépendance linéaire triviale
- Familles libres : définition, sous-familles d'une famille libre, vecteurs linéairement indépendants, familles liées, colinéarité de 2 vecteurs, cas des familles de polynômes non nuls échelonnée en degré
- Bases d'un  $\mathbb{K}$ -ev : définition, existence et unicité de la décomposition sous forme de combinaison linéaire, bases canoniques
- Espaces vectoriels de dimension finie : définition
- Théorème de la base incomplète, théorème de la base extraite
- Dimension d'un  $\mathbb{K}$ -ev : définition
- Lien entre cardinaux de familles libres, bases et familles génératrices
- Dimension d'un sev d'un  $\mathbb{K}$ -ev de dimension finie
- Somme de sev : définition
- Somme directe de sev : définition et caractérisations
- Supplémentaires : définition et caractérisations
- Dimension d'une somme de sev de dimensions finies, formule de Grassman
- Caractérisation des hyperplans par leurs supplémentaires



On sanctionnera fortement les points suivants :

- × toute confusion d'objets,
- × toute confusion variable libre / liée (ou muette),
- × tout oubli d'introduction de variable (cela rejoint le point précédent),
- × toute erreur de logique (absence ou erreur de connecteur logique par exemple),
- × tout manque de réflexe dans l'utilisation des structures de démonstration.