

Programme de colle - Semaine 19

Notation

On adoptera les principes suivants pour noter les étudiants :

- × si l'étudiant sait répondre à la question de cours, il aura une note > 8 .
- × si l'étudiant ne sait pas répondre à la question de cours ou s'il y a trop d'hésitations, il aura une note ≤ 8 .

Questions de cours

- Calcul de la racine carrée d'un nombre complexe
- Résolution d'une équation différentielle d'ordre 2 à coefficients complexes
- Factorisation d'un polynôme dans $\mathbb{C}[X]$ et $\mathbb{R}[X]$

Connaissances exigibles

Polynômes

- Définitions d'un polynôme, ses coefficients, son degré, son coefficient dominant
- Opérations dans $\mathbb{K}[X]$: $+$, \times , \cdot , \circ
- Binôme de Newton
- Propriétés du degré
- Divisibilité : définition et propriétés
- Division euclidienne
- Dérivation formelle d'un polynôme : définition et propriétés
- Dérivées $p^{\text{ème}}$
- Formule de Leibniz
- Formule de Taylor polynomiale
- Racine d'un polynôme : définition, caractérisation avec la divisibilité
- Lien entre degré d'un polynôme et nombre maximal de ses racines
- Multiplicité d'une racine : définition, caractérisation par la divisibilité, caractérisation à l'aide des dérivées
- Polynômes scindés : définition, caractérisation à l'aide du degré
- Relations coefficients / racines
- Polynômes irréductibles : définition, propriétés, description des irréductibles de $\mathbb{C}[X]$ et de $\mathbb{R}[X]$
- Factorisation en irréductibles dans $\mathbb{C}[X]$
- Factorisation en irréductibles dans $\mathbb{R}[X]$
- Décomposition en éléments simples d'une fraction rationnelle

Nombres complexes

- Racine carrée d'un nombre complexe : définition et calcul pratique
- Équations polynomiale du 2nd degré : expression des solutions (dans le cas d'équations à coefficients réels ou complexes)
- Racines $n^{\text{ème}}$ d'un nombre complexe : définition, nombre de racines $n^{\text{ème}}$ et expression de ces racines, représentation dans le plan complexe
- Racines $n^{\text{ème}}$ de l'unité :
 - × définition, expressions, représentation dans le plan complexe,
 - × nullité de la somme des racines $n^{\text{ème}}$,
 - × ensemble \mathbb{U}_n : définition, structure de groupe multiplicatif.
- Exponentielle complexe :
 - × définition, non injectivité, non surjectivité,
 - × propriété de morphisme,
 - × module et argument de e^z ,
 - × résolution d'équation du type $e^z = a$.
- Interprétations géométriques :
 - × transformation du plan : translation, homothétie, rotation, symétrie d'axe (Ox)
 - × alignement et orthogonalité



On sanctionnera fortement les points suivants :

- × toute confusion d'objets,
- × toute confusion variable libre / liée (ou muette),
- × tout oubli d'introduction de variable (cela rejoint le point précédent),
- × toute erreur de logique (absence ou erreur de connecteur logique par exemple),
- × tout manque de réflexe dans l'utilisation des structures de démonstration.