

TP1 : Calcul du $m^{\text{ème}}$ élément, des m premiers éléments d'une suite
(Révisions sur la structure itérative **for**)

- Dans le dossier Info_2a (resp. Info_3a), créer le dossier TP_1.

I. Calcul du 10^{ème} élément d'une suite

On considère la suite $(u_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$ définie par :
$$\begin{cases} \forall n \in \mathbb{N}, u_{n+1} = 2u_n + n + 1 \\ u_0 = 1 \end{cases}$$

D'autre part, on considère le programme **Python** suivant :

```
1 u = 1
2 u = 2 * u + 0 + 1
3 u = 2 * u + 1 + 1
4 u = 2 * u + 2 + 1
5 u = 2 * u + 3 + 1
6 u = 2 * u + 4 + 1
```

- Que réalise ce programme ?

- Comment obtenir la valeur de u_{10} ? De u_{20} ? De u_{250} ?

II. Calcul du $m^{\text{ème}}$ élément d'une suite

- ▶ Dans l'éditeur de texte, écrire un programme qui :
 - × demande initialement à l'utilisateur d'entrer au clavier la valeur d'un entier m ,
 - × initialise une variable u à la valeur 1,
 - × met à jour u dans une structure itérative de sorte à ce que u contienne la valeur du $m^{\text{ème}}$ élément de la suite en fin de boucle.
 - × affiche la valeur de u .

Sauvegarder ce programme sous le nom `emeSuiteU.py`.

- ▶ Calculer u_{12} et u_{20} à l'aide du programme précédent.

- ▶ Dans un nouvel onglet de l'éditeur de texte, copier-coller le programme précédent. Modifier ce programme afin d'obtenir une fonction `emeSuiteU` qui :

- × prend en paramètre une variable m ,
- × calcule en sortie une variable u contenant le $m^{\text{ème}}$ élément de la suite (u_n).

- ▶ Calculer u_7 et u_{15} à l'aide de la fonction précédente.

- ▶ Selon vous, quels sont les avantages de la représentation sous forme de programme avec dialogue utilisateur ? Sous forme de fonction ?

III. Calcul des m premiers éléments d'une suite

- ▶ Dans l'éditeur de texte, écrire un programme qui :
 - × demande initialement à l'utilisateur d'entrer au clavier la valeur d'un entier m ,
 - × crée une liste U contenant initialement l'unique élément u_0 ,
 - × met à jour la liste U dans une structure itérative de sorte à ce que U contienne les valeurs des m premiers éléments de la suite (u_n) en fin de boucle.
- Sauvegarder ce programme sous le nom `premSuiteU.sce`.

- ▶ Calculer les 5 premiers éléments de la suite à l'aide du programme précédent.

- ▶ Dans un nouvel onglet de l'éditeur de texte, copier-coller le programme précédent. Modifier ce programme afin d'obtenir une fonction `premSuiteU` qui :
 - × prend en paramètre une variable m ,
 - × calcule en sortie une variable U contenant les m premiers éléments de la suite (u_n) .

- ▶ Effectuer le tracé des 30 premières valeurs de la suite (u_n) . (*on pourra importer les librairies `matplotlib.pyplot` et `numpy`*)
Quelle conjecture peut-on émettre sur la limite de la suite (u_n) ?

IV. Suites $u_{n+1} = f(u_n)$ aux concours

IV.1. EML - 2018

On pose : $u_0 = 4$ et $\forall n \in \mathbb{N}, u_{n+1} = \ln(u_n) + 2$.

- Écrire une fonction **Python** d'en-tête `def suite(n)` : qui, prenant en argument un entier n de \mathbb{N} , renvoie la valeur de u_n .

IV.2. EML - 2019

On introduit la suite $(u_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$ définie par :

$$u_1 = 1 \quad \text{et} \quad \forall n \in \mathbb{N}^*, \quad u_{n+1} = u_n + \frac{1}{n^2 u_n} = \frac{1}{n} f(n u_n) \quad \text{où } f : t \mapsto t + \frac{1}{t}$$

- Recopier et compléter les lignes 3 et 4 de la fonction **Python** suivante afin que, prenant en argument un entier n de \mathbb{N}^* , elle renvoie la valeur de u_n .

```
1  def suite(n) :  
2      u = 1  
3      for k in .....  
4          u = .....  
5      return u
```

IV.3. EDHEC - 2019

On considère la suite (u_n) définie par : $\forall n \in \mathbb{N}, u_n = \frac{4^n (n!)^2}{(2n+1)!}$.

On admet que, si L est une liste de flottants, la commande `np.prod(L)` renvoie le produit des éléments de L.

Compléter le script **Python** suivant afin qu'il permette de calculer et d'afficher la valeur de u_n pour une valeur de n entrée par l'utilisateur.

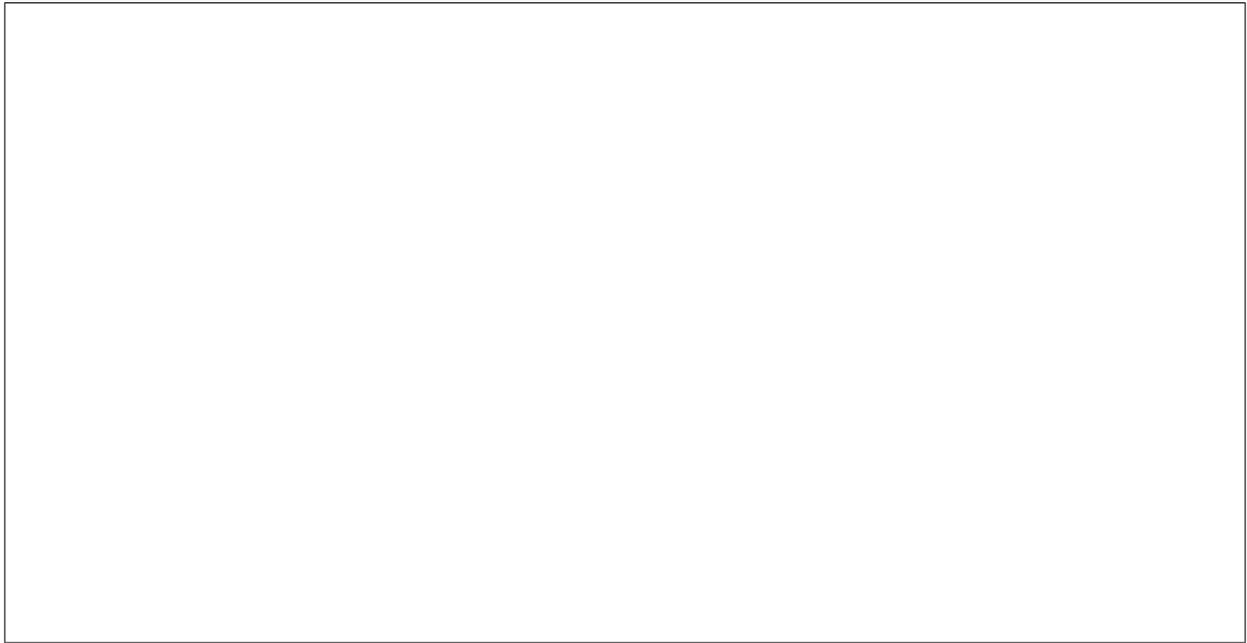
```
1 n = int(input("entrez une valeur pour n : "))
2 x = [k for k in range(1,n+1)]
3 m = 2 * n + 1
4 y = [k for k in range(1,m+1)]
5 v = .....
6 w = .....
7 u = ..... * (v**2) / w
8 print(u)
```

Commentaire

IV.4. ESSEC-I 2020

Après avoir établi la formule $\binom{n}{k} = \frac{n}{k} \binom{n-1}{k-1}$ lorsque $k \in \llbracket 1, n \rrbracket$, écrire une fonction **Python** qui calcule les coefficients binomiaux.

Commentaire

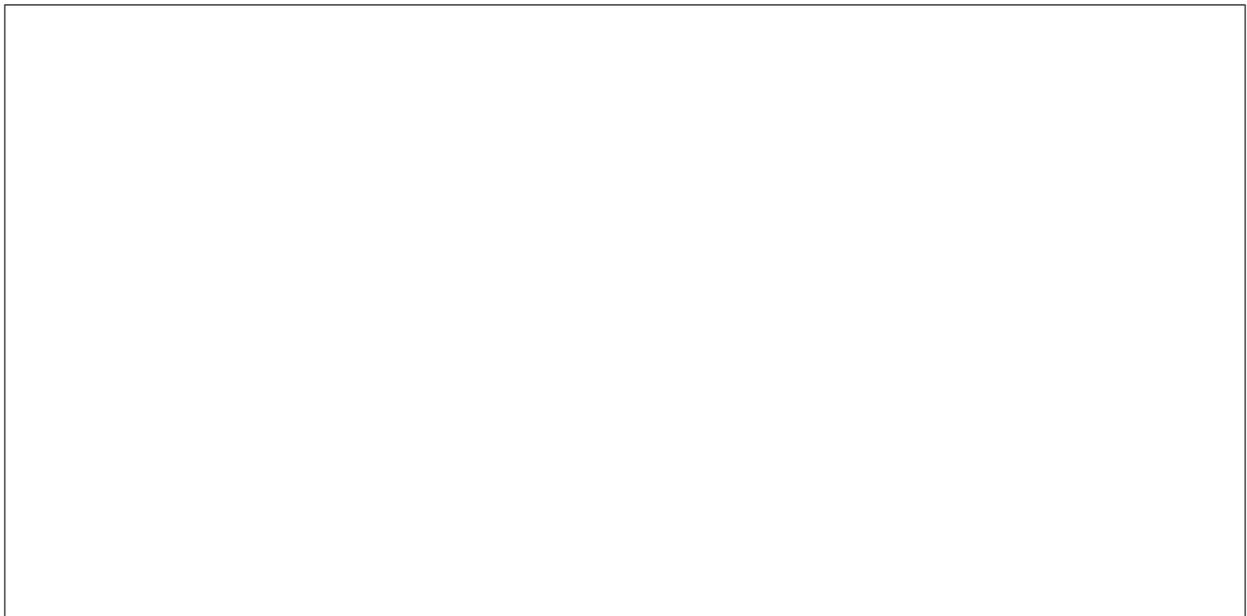


IV.5. ECRICOME 2022

Soit $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ la suite définie par son premier terme $u_0 > 0$ et la relation de récurrence :

$$\forall n \in \mathbb{N}, \quad u_{n+1} = g(u_n) \quad \text{où} \quad g : \mathbb{R}_+^* \rightarrow \mathbb{R}$$
$$x \mapsto \exp\left(\left(2 - \frac{1}{x}\right) \ln(x)\right)$$

Écrire une fonction **Python** qui prend en argument un réel u_0 et un entier n et renvoie sous forme de liste les $n + 1$ premières valeurs de la suite $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ de premier terme $u_0 = u_0$.



Commentaire