
DM3 (version B)

1. Question de cours

- a) Définition et propriétés de la loi géométrique.
- b) Compléter la ligne de code **Scilab** contenant des points d'interrogation pour que la fonction **geo** suivante fournisse une simulation de la loi géométrique dont le paramètre est égal à l'argument p de la fonction.

```
1  function x = geo(p)
2      x = 1
3      while rand() ???
4          x = x + 1
5      end
6  endfunction
```

Une urne contient trois jetons numérotés 1, 2 et 3. On effectue dans cette urne, une suite de tirages d'un jeton avec remise.

2. On note Y la variable aléatoire égale au nombre de tirages nécessaires pour obtenir, pour la première fois, deux numéros successifs distincts.

- a) Reconnaître la loi de la variable aléatoire $Y - 1$.
- b) Déterminer l'espérance $\mathbb{E}(Y)$ et la variance $\mathbb{V}(Y)$ de la variable aléatoire Y .

3. On note Z la variable aléatoire égale au nombre de tirages nécessaires pour obtenir, pour la première fois, les trois numéros.

- a) Soit deux entiers $k \geq 2$ et $\ell \geq 3$.
Calculer $\mathbb{P}([Y = k] \cap [Z = \ell])$ selon les valeurs de k et ℓ .

b) En déduire que, pour tout entier $\ell \geq 3$, on a : $\mathbb{P}([Z = \ell]) = \frac{2}{3} \left(\frac{2^{\ell-2} - 1}{3^{\ell-2}} \right)$.

c) Calculer $\mathbb{E}(Z)$.

4. D'une manière plus générale, calculer l'espérance de la variable aléatoire égale au nombre de tirages nécessaires pour obtenir, pour la première fois, tous les numéros, dans l'hypothèse où l'urne contient au départ n jetons, numérotés de 1 à n .